

## Mathématiques

### Niveau supérieur

### Épreuve 2

Jeudi 3 mai 2018 (matin)

Numéro de session du candidat

2 heures

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

#### Instructions destinées aux candidats

- Écrivez votre numéro de session dans les cases ci-dessus.
- N'ouvrez pas cette épreuve avant d'y être autorisé(e).
- Une calculatrice à écran graphique est nécessaire pour cette épreuve.
- Section A : répondez à toutes les questions. Rédigez vos réponses dans les cases prévues à cet effet.
- Section B : répondez à toutes les questions sur le livret de réponses prévu à cet effet. Écrivez votre numéro de session sur la première page du livret de réponses, et attachez ce livret à cette épreuve d'examen et à votre page de couverture en utilisant l'attache fournie.
- Sauf indication contraire dans l'intitulé de la question, toutes les réponses numériques devront être exactes ou correctes à trois chiffres significatifs près.
- Un exemplaire non annoté du **livret de formules pour les cours de mathématiques NS et de mathématiques complémentaires NS** est nécessaire pour cette épreuve.
- Le nombre maximum de points pour cette épreuve d'examen est de **[100 points]**.



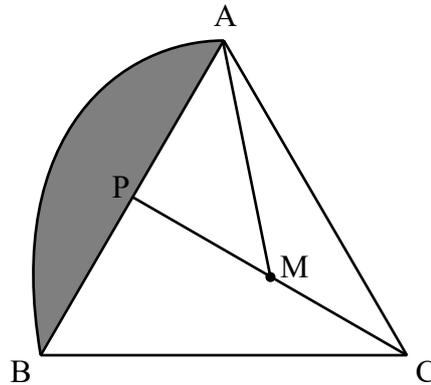






4. [Note maximale : 8]

Considérez le diagramme suivant.



Les côtés du triangle équilatéral  $ABC$  sont de longueur égale à 1 m. Le milieu de  $[AB]$  est désigné par  $P$ . L'arc de cercle  $AB$  est centré en  $M$ , le milieu de  $[CP]$ .

- (a) (i) Trouvez  $AM$ .
- (ii) Trouvez  $\widehat{AMP}$  en radians. [5]
- (b) Trouvez l'aire de la région grisée. [3]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....









8. [Note maximale : 7]

La variable aléatoire  $X$  suit une distribution binomiale de paramètres  $n$  et  $p$ .  
On donne  $E(X) = 3,5$ .

(a) Trouvez la plus petite valeur possible de  $n$ . [2]

On donne également  $P(X \leq 1) = 0,09478$  avec une précision de 4 chiffres significatifs.

(b) Déterminez la valeur de  $n$  et la valeur de  $p$ . [5]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



12EP09

N'écrivez **pas** vos solutions sur cette page.

### Section B

Répondez à **toutes** les questions sur le livret de réponses fourni. Veuillez répondre à chaque question sur une nouvelle page.

9. [Note maximale : 13]

Le nombre de taxis arrivant à la gare centrale de Cardiff peut être modélisé par une distribution de Poisson. Lors des périodes chargées de la journée, les taxis arrivent à un taux moyen de 5,3 taxis par période de 10 minutes. Soit  $T$  une période chargée de 10 minutes choisie au hasard.

- (a) (i) Trouvez la probabilité qu'exactly 4 taxis arrivent au cours de  $T$ .
- (ii) Trouvez le nombre le plus probable de taxis qui arriveraient au cours de  $T$ .
- (iii) Étant donné que plus de 5 taxis arrivent au cours de  $T$ , trouvez la probabilité qu'exactly 7 taxis arrivent au cours de  $T$ .

[7]

Lors des périodes calmes de la journée, les taxis arrivent à un taux moyen de 1,3 taxi par période de 10 minutes.

- (b) Trouvez la probabilité qu'exactly 2 taxis arrivent au cours d'une période de 15 minutes, dont les 10 premières minutes sont chargées et les 5 minutes restantes sont calmes.

[6]



N'écrivez **pas** vos solutions sur cette page.

10. [Note maximale : 18]

Considérez l'expression  $f(x) = \tan\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \cot\left(\frac{\pi}{4} - x\right)$ .

- (a) (i) Esquissez la représentation graphique de  $y = f(x)$  pour  $-\frac{5\pi}{8} \leq x \leq \frac{\pi}{8}$ .
- (ii) En faisant référence à votre représentation graphique, expliquez pourquoi  $f$  est une fonction sur le domaine donné.
- (iii) Expliquez pourquoi  $f$  n'a pas de réciproque sur le domaine donné.
- (iv) Expliquez pourquoi  $f$  n'est pas une fonction pour  $-\frac{3\pi}{4} \leq x \leq \frac{\pi}{4}$ . [5]

L'expression  $f(x)$  peut être écrite comme  $g(t)$ , où  $t = \tan x$ .

- (b) Montrez que  $g(t) = \left(\frac{1+t}{1-t}\right)^2$ . [3]
- (c) Esquissez la représentation graphique de  $y = g(t)$  pour  $t \leq 0$ . Donnez les coordonnées de tout point d'intersection avec les axes et les équations de toute asymptote. [3]
- (d) Soit  $\alpha, \beta$  les racines de  $g(t) = k$ , où  $0 < k < 1$ .
  - (i) Trouvez  $\alpha$  et  $\beta$  en fonction de  $k$ .
  - (ii) Montrez que  $\alpha + \beta < -2$ . [7]



N'écrivez **pas** vos solutions sur cette page.

11. [Note maximale : 19]

Une courbe  $C$  est donnée par l'équation implicite  $x + y - \cos(xy) = 0$ .

(a) Montrez que  $\frac{dy}{dx} = -\left(\frac{1 + y \sin(xy)}{1 + x \sin(xy)}\right)$ . [5]

(b) La courbe  $xy = -\frac{\pi}{2}$  coupe  $C$  en P et en Q.

(i) Trouvez les coordonnées de P et Q.

(ii) Étant donné que les pentes des tangentes à  $C$  en P et Q sont respectivement  $m_1$  et  $m_2$ , montrez que  $m_1 \times m_2 = 1$ . [7]

(c) Trouvez les coordonnées des trois points de  $C$  les plus près de l'origine, où la tangente est parallèle à la droite  $y = -x$ . [7]

